

Devoir de contrôle N°1

Mathématiques

Lycée secondaire : Teboulba

Le 01 / 11 / 2005

Durée : 2 H

Exercice N°1 : (5 points)

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + 3} & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{4x}{x-1} & \text{si } x \in]1,3] \\ ax^2 - 1 & \text{si } x > 3 \end{cases} ; a \in \mathbb{R}$$

1-/ a) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) + x]$.

b) Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ (**Discuter** suivants les valeurs de a).

2-/ Calculer $\lim_{1^-} f$ et $\lim_{1^+} f$. f admet elle une limite en 1 ?

3-/ Déterminer le réel a pour que f admet une limite en 3.

4-/ Déterminer $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$.

Exercice N°2 : (10 points)

I – Soit $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite arithmétique tels que : $a_2 = 10$ et $a_5 = 28$.

1-/ a) Déterminer la raison r de la suite a .

b) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$: $a_n = 6n - 2$.

2-/ Déterminer n sachant que : $\sum_{i=n}^{2n} a_i = 14$.

II – Soit $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite définie par : $\begin{cases} b_0 = -1 \\ b_{n+1} = 3b_n + a_n \end{cases}$.

1-/ a) Calculer b_1 et b_2 .

b) Montrer que b n'est ni arithmétique ni géométrique.

2-/ Soit la suite U définie sur \mathbb{N} par : $U_n = 2b_n + a_n + 3$.

a) Exprimer a_{n+1} en fonction de a_n . Puis montre que U est une suite géométrique de raison $q = 3$ et dont on déterminera le premier terme U_0 .

b) Exprimer U_n puis b_n en fonction de n .

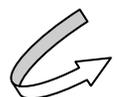
c) Déterminer $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$.

3-/ On considère pour tout $n \in \mathbb{N}^*$: $A_n = \sum_{k=0}^{n-1} a_k$; $B_n = \sum_{k=0}^{n-1} b_k$ et $S_n = \sum_{k=0}^{n-1} U_k$.

a) Exprimer A_n et S_n en fonction de n .

b) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $S_n - A_n = 2B_n + 3n$.

c) En déduire B_n en fonction de n .



Exercice N°3: (5 points)

L'unité étant le cm. On Donne les points : A, B et C tel que : $AB = 6$; $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \equiv \frac{-29\pi}{4}$ [2 π]

et $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) \equiv \frac{-\pi}{6}$ [2 π].

1-/ a) Déterminer la mesure **principale** de $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.

b) Construire les points A, B et C.

2-/ Parmi les réels suivants : $\frac{23\pi}{4}$, $\frac{-33\pi}{4}$, $\frac{43\pi}{4}$ déterminer ceux qui sont des mesures de l'angle orienté $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.

3-/ Donner toutes les mesures de $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC})$ comprises entre -3π et $\frac{5\pi}{2}$.

4-/ Soit le point E tel que : $(\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AC}) \equiv \frac{5\pi}{12}$ [2 π].

a) Donner la mesure **principale** de l'angle $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BC})$.

b) Montrer que $(AE) \perp (BC)$.

Bon Travail

